Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
MA1116. Matemáticas III.

GUIA 9: **Espacio fila, espacio columna.**

1. ¿Una matriz de tamaño 4×5 puede tener todas sus columnas linealmente independientes? ¿Y todas sus filas? Justificar la respuesta.

2. Si A es una matriz de tamaño 3×5 y $\text{rang}A = 2$, ¿puede A tener todas sus columnas linealmente independientes? ¿Y todas sus filas? Justificar la respuesta.

3. Una matriz que no sea cuadrada ¿puede tener todas sus filas y todas sus columnas linealmente independientes? Justificar la respuesta.

4. Para cada una de las siguientes matices

4.1) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & -4 & -4 \\ 7 & -6 & 2 \end{pmatrix}$

4.2) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

4.3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

4.4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & 6 & 9 \\ 3 & -2 & 1 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & 5 & 7 & 8 \end{pmatrix}$

4.5) $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 6 & 0 & -3 \\ 2 & -3 & -2 & 4 & 4 \\ 3 & -6 & 0 & 6 & 5 \\ -2 & 9 & 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}$

Encuentre

(a) una base para el espacio nulo de A,

(b) una base para el espacio fila de A,

(c) una base para el espacio columna de A.

5. Encuentre una base para los subespacios de $\mathbb{R}^4$ generado por los vectores:

(a) $(1, 1, -4, -3)$, $(2, 0, 2, -2)$, $(2, -1, 3, 2)$

(b) $(-1, 1, -2, 0)$, $(3, 3, 6, 0)$, $(9, 0, 0, 3)$

(c) $(1, 1, 0, 0,)$, $(0, 0, 1, 1,)$, $(-2, 0, 2, 2)$, $(0, -3, 0, 3)$

6. Encuentre un subconjunto de los vectores que forman una base para el subespacio generado generado por los vectores; entonces exprese cada vector que no esta en la base como una combinación lineal de los vectores de la base:

(a) $\mathbf{v}_1 = (1, 0, 1, 1)$, $\mathbf{v}_2 = (-3, 3, 7, 1)$, $\mathbf{v}_3 = (-1, 3, 9, 3)$, $\mathbf{v}_4 = (-5, 3, 5, -1)$

(b) $\mathbf{v}_1 = (1, -2, 0, 3)$, $\mathbf{v}_2 = (2, -4, 0, 6)$, $\mathbf{v}_3 = (-1, 1, 2, 0)$, $\mathbf{v}_4 = (0, -1, 2, 3)$

(c) $\mathbf{v}_1 = (1, -1, 5, 2)$ $\mathbf{v}_2 = (-2, 3, 1, 0)$, $\mathbf{v}_3 = (4, -5, 9, 4)$, $\mathbf{v}_4 = (0, 4, 2, -3)$, $\mathbf{v}_5 = (-7, 18, 2, -8)$

7. Demostrar que una matriz A de tamaño $m \times n$ tiene rango m si y sólo si existe una matriz B de tamaño $n \times m$ tal que $AB = I_m$.

8. Encuentre el rango y la nulidad de las matrices del ejercicio 4); entonces verifique que los valores obtenidos satisfacen la fórmula $\text{rang}(A) + \text{nul}(A) = n$.

Respuestas.

4) 4.1 $\begin{pmatrix} 16 \\ 19 \\ 1 \end{pmatrix}$

4.2 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

4.3 $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$

4.4 $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

4.5 $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -16 \\ 2 \\ 5 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix}$

5) (a) $(1, 1, -4, -3)$, $(0, 1, -5, -2)$, $(0, 0, 1, -\frac{1}{2})$

(b) $(1, -1, 2, 0)$, $(0, 1, 0, 0)$, $(0, 0, 0, 1, -\frac{1}{6})$

(c) $(1, 1, 0, 0)$, $(0, 1, 1, 1)$, $(0, 0, 1, 1)$, $(0, 0, 0, 1)$

6) (a) $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$; $\mathbf{v}_3 = 2\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_4 = -2\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$

(b) $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_3\}$; $\mathbf{v}_2 = 2\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_4 = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_3$

(c) $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_4\}$; $\mathbf{v}_3 = 2\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_5 = -\mathbf{v}_1 + 3\mathbf{v}_2 + 2\mathbf{v}_4$

8) (a) Nulidad$=1$,rango$=2$; $n = 3$

(b) Nulidad$=2$,rango$=1$; $n = 3$

(c) Nulidad$=2$,rango$=2$; $n = 4$

(d) Nulidad$=3$,rango$=2$; $n = 5$

(e) Nulidad$=2$,rango$=3$; $n = 5$